# 使用碎形分析老鼠之迷宮行走行為序列

蘇致遠[1]、王傳禎[2]、伍次寅[3]、王淑音[4]
[1]嘉南藥理科技大學資管系助理教授
[2]國立台灣大學機械學系研究生
[3]國立台灣大學機械學系教授
[4]文化大學動物科學系副教授

**摘要**

動物行為實驗是研究大腦功能不可或缺的手段之一，在神經生理、藥理學等研究領域佔有重要地位。行為實驗的目的在於於特定實驗室條件下，觀察動物的行為及其變化，並進而研究實驗動物的大腦功能、心理過程、藥物作用等等，而大腦的活動之其中一個即為學習記憶活動。一般常用的學習記憶實驗大致可以分為巴甫洛夫條件反射、操作性條件反射、逃避或迴避性條件反射以及辨別性學習四類，至於常用的方法有跳台法(step down test)、避暗法(step through test)、穿梭箱法(shuttle box)和迷宮法(maze)等等。本研究中將用迷宮法觀察老鼠行走行為，並記錄老鼠之左、右轉順序，將此順序改寫成一個以 1 及-1 組成的時間序列，以此數列為基礎進行一系列分析，檢測是否具有與碎形相同的長程關聯性，藉此了解老鼠左轉或右轉時是否會受之前記憶的影響。另外，如果將 1 看成黑點，-1 看成白點，原來序列就形成點的分布，對此點分布我們可以用多重碎形分析法分析，以了解分布的複雜程度。本研究將進行 20 次實驗，每次實驗老鼠需轉彎的次數為 64 次。

**關鍵字**：碎形，迷宮，行為實驗

## 1. 前言

### 1.1 碎形

通常我們在研究自然界中的各種現象時，發現它們大部分是無序的、不穩定的和隨機的，不存在任何線性關係。但為了研究方便，習慣於將複雜的研究物件簡化、抽象，建立起各種理想狀態下的線性模型，從而將問題加以解決。雖然從數學角度上這種近似方法也可以解決一些較為簡單的問題，但對於複雜一些的非線性系統和過程，用傳統的數學工具根本無法描述。近年來非線性科學領域研究中發展起來的碎形學則直接從紛繁複雜的系統本身人手，揭示非線性系統中有序與無序、確定性與隨機性的統一。

“碎形”最早是由美國 IBM 公司中心物理部研究員暨耶魯大學數學系教授曼德爾布羅特(Benoit B·Mandelbrot)於 1975 年首次提出，原義為“不規則的、分數的、支離破碎的”物體。1977 年，Mandelbrot 出版了第一本著作《碎形:形態、機遇和維數》，提出“豪斯道夫維數(Hausdorff)嚴格大於拓撲維數的集合”稱為碎形，標誌著碎形理論正式誕生。但這僅僅是個試驗性定義，較不嚴格，因此 1982 年，他在專著《自然界的碎形幾何學》(The Fractal Geometry of Nature)[2]中進一步提出“其組成部分以某種方式與整體相似的形體叫碎形”。或者說，碎形是大小碎片聚集的狀態，沒有特徵長度的圖形和構造以及現象的總稱。集合本身具有伸縮對稱性或膨脹對稱性。

### 1.2 動物行為實驗

動物行為實驗可以顯示心理和生物因子的相互作用，為行為治療、行為矯正、中樞神經功能和精神狀態進行評估，與其他指標相比可以更全面反映實驗動物的整體狀態，對於神經科學、認知科學以及藥物篩選等研究具有重要的意義

行為是指動物的活動形式、發聲和身體姿勢，以及在外表上可辨認的變化，這些變化起到相互通訊的作用。行為學分析包括兩個重要的步驟，即觀察解釋一種動物行為，與對行為的功能、原因和系統發育等方面依次做出解釋和說明。這些問題涉及行為的適應性、行為的基本機制以及在動物進化期間行為發展的可能過程。

動物行為研究的起點和基礎是對一個動物行為形式作精確和詳細的匯編。描述行為學的一項重要工作，就是整理為數眾多的觀察資料，並對它們進行分類，把它們分解成更基本的、可辨認的單位。不僅是對一個物種的行為模式進行定性描述，而且也要求能夠進行定量分析，以便確定哪些行為成分是同時發生的，哪些是互相排斥的，或哪些發生在那個特定的時間次序中。動物行為學研究不僅要觀察動物的自然行為活動，更重要的是特定實驗室條件下，觀察動物的行為及其變化，並進而研究實驗動物的神經功能、心理過程、藥物作用等等。

人類從二十世紀初就開始研究迷宮學習，它是研究人或者動物在只靠自己的觸覺獲得信息的情況下，如何學會在空間中定向。空間辨別性學習需要動物把空間方位周圍的物體作為參照物，經過反覆認識，從而在其腦內將參照物與空間方位聯繫起來，藉助參照物來獲得辨別該空間方位的能力。常用的學習記憶實驗大致可以分為巴甫洛夫條件反射、操作性條

件反射、逃避或迴避性條件反射以及辨別性學習四類。常用的方法如跳台法、避暗法、爬竿法、穿梭箱法和迷宮法。前幾種方法大都是以電擊為刺激，使動物獲知哪一方位是傷害源，從而避開。該種方法的優點是簡便易行，不足之處在於以電擊為刺激因素，儘管電擊的強度和持續的時間是可控的，但它畢竟是一種傷害，進而影響動物學習記憶活動。迷宮法是利用動物急於逃離的本能性反應作為刺激，此種刺激與電擊相比對動物的影響要小的多。

傳統行為學研究主要是依靠研究者的目測觀察與定性判斷，不僅費時費力，而且由於主觀因素影響較大，不同觀察者對動物行為的觀察結果有時存在較大的差異。近年來由於計算器的快速發展，一些複雜的系統皆可以數值方法在電腦上計算，使得吾人對於混沌現象可以做定量上之分析。在本研究，我們用迷宮方法訓練老鼠、記錄時間序列，並使用了CDA-PRO[3]軟體及撰寫 FORTRAN 程式來進行數據的分析，以檢測老鼠獲得辨別空間方位的能力及學習記憶的自我關聯性。

## 2. 材料和方法

### 2.1 實驗動物

將周齡 C57BL/6J 小母鼠分別單獨置於透明鼠籠，飲水與飼料皆任食，光照自 06:00 至 18:00，室溫控制在 20℃至 24℃之間

### 2.2 實驗裝置

透明壓克力模組，T 型通道，有一柵門(見圖一)，將五個壓克力模組擺置成 H 型(見圖二)，將老鼠放置在入口，讓老鼠自由前進，在每個轉彎處老鼠可選擇左轉或右轉，每經過一個岔路便立即將柵門關上，防止老鼠回頭，並將過程紀錄下來。

### 2.3 實驗步驟

(1)將迷宮放置好(成 H 字型)，把老鼠放入，確定迷宮的柵門是否關好以避免老鼠跑出迷宮。
(2)當老鼠在 T 字型叉路作選擇時紀錄其所選擇的方向。
(3)當老鼠通過 T 字型叉路時把柵門關上，以避免老鼠往回走。
(4)老鼠走過之處假使有排泄物則先清理乾淨
(5)繼續擺放迷宮使老鼠繼續行走直到轉 64 個彎即完成一次實驗

## 3. 分析方法

### 3.1 Power Spectrum

考慮傅立葉轉換

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}c_n e^{in\omega t}=\sum_{n=0}^{n=+\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t) \qquad (1)$$

其中

$$c_n=\frac{1}{2}(a_n-ib_n)$$
$$c_{-n}=\frac{1}{2}(a_n+ib_n) \qquad (2)$$
$$e^{in\omega t}=\cos n\omega t+i\sin n\omega t$$

傅立葉頻譜(Fourier Spectrum)即為 $c_n$ 對 $n\omega$ 作圖之曲線，而能量頻譜(Power Spectrum)則是以傅立葉轉換為基礎。

定義

$$<f(t)>^2\equiv\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt \qquad (3)$$

因為

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}c_n e^{in\omega t} \qquad (4)$$

則

$$f^2(t)=(\sum_m c_m e^{im\omega t})(\sum_n c_n e^{in\omega t})=\sum_{mn}c_m c_n e^{i(m+n)\omega t} \qquad (5)$$

$$<f(t)>^2=\frac{1}{T}\sum_{mn}\{c_m c_n\int_0^T e^{i(m+n)\omega t}dt\}=\sum_n c_n c_{-n}$$
$$=\sum_n|c_n|^2 \qquad (6)$$

Power spectrum 即是以 $|c_n|^2$ 對 $n\omega$ 作圖所得到的曲線。

假如時間序列為離散型態{$x_1$,$x_2$,$x_3$,…}就要使用離散傅利葉轉換如下：

$$x_n=x_n(t_n)$$
$$t_{n+1}-t_n=\Delta t$$
$$\hat{x}_m=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}x_n e^{-i(\frac{2\pi mn}{N})}=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}x_n e^{-i(2\pi m\Delta fn\Delta t)} \qquad (7)$$
$$m=1,2,3,...N$$
$$\Delta f=\frac{1}{t_{\max}}$$
$$\hat{x}_m=\hat{x}_m(m\Delta f)$$

此時 Power spectrum 即是以 $|\hat{x}_m|^2$ 對 $f$ 作圖所得到的曲線。

CDA-PRO 的副程式提供了一個快速傅利葉轉換(Fast Fourier Transform)進而顯示出資料的均方根值對頻率之關係，可以採用全對數座標系來顯示結果。而最大顯示的頻率為耐奎斯特頻率(Nyquist

frequency)。

假如是有隨機特性的資料，則我們所得到的頻譜將是呈現均勻分佈狀態；而有週期性與累週期性的資料將會出現一些明顯突起的高峰。

**3.2 Hurst Exponent[4**

有一種經由隨機漫步(Random Walk)所產生的時間序列型態稱為 Brownian motion，在研究的實驗之中所得到的數據型態即和 Brownian motion 相近。我們可以假設原來的狀況為 $x_{n-1}$，隨著老鼠選擇左右轉接下來的數據點將為原來的數據加減 1，即：

$$x_n = x_{n-1} \pm 1 \tag{8}$$

其中 $g_n$ 可以具有高斯分佈或常態分佈的性質。

若是在這種情況下，$x_n$ 與初始位置間的平均距離 DX 和時間的平方根成正比，此時我們稱其 Hurst Exponent 為 0.5。在 CDA-PRO 的副程式所畫出來的圖為時間和位移的均方根值之間的關係，其中均方根值的起始條件是時間序列中的每一個資料點，而曲線的斜率即為 Hurst Exponent。

這個概念可以推廣到分數布朗運動(Fractional Brownian motion)[5]。這種資料是經由對雜訊積分而得，假如曲線的斜率大於 0.5 則代表資料具有持久特性(persistence)，即過去的狀況將持續至未來；假如小於 0.5 則代表反持久性(antipersistence)，即未來的狀況將會和過去不同。因此我們可以經由分析一個時間序列的 Hurst Exponent 是否接近於 0.5 來辨別其是否為隨機且無關聯性。

**3.4 Multifractals**

前面提到以Fourier能量頻譜以及求Hurst指數的方法分析的序列都是由(8)式累加所得到的序列，但如果我們不把序列累加起來，而是對實驗原始的資料作分析時，我們可以把序列看成一堆 1 與-1 的分布，如此一來，不難發現 1 或-1 分布的疏密程度並不均勻。對於這樣一個分布，只用一個尺度指數值不足以描述，必須採取多重碎形理論來分析。一般多重碎形分析的方法有下述兩種：：

(1) 廣義維數(Generalized Dimensions)[6]

假設有總數為 $N$ 個點分布於一空間中。將點集合之局部質點密度 $p_i(r)$ (mass density)以不同的配重指數 $q$(moment)加權，則可得到一廣義維數定義：

$$D_q = \frac{1}{q-1}\lim_{r\to 0}\frac{\log\sum_i p_i(r)^q}{\log r} \tag{9}$$

其中 $p_i(r) = N_i(r)/N$ 為落在第 $i$ 個大小為 $r$ 之覆蓋區間(sub-cover)內質點數佔總質點數之比例，$q$ 為所給予之配重，$D_q$ 則為廣義維度。當一個碎形集合其局部點分布疏密型態各處不均時，其 $D_q$ 值會隨著所給予之不同配重 $q$ 而改變。當 $q<1$ 時，$D_q$ 反映的是質點分布中機率比較小(或疏稀處)的性質，若 $q>1$，$D_q$ 反映的是質點分布機率高(或稠密處)的性質。

(2)多重碎形頻譜(multifractal spectrum) [7-8]

另一個量度多重碎形型態之方法為先求取空間點集合分布之局部質點密度比例指數(local scaling exponent)，亦稱之為 Hölder exponent $\alpha$ ：

$$\alpha = \lim_{r\to 0}\frac{\log p_i(r)}{\log r} \tag{10}$$

$\alpha$ 的物理意義是，當 $\alpha$ 等於 1 時代表分布是均勻的，小於 1 及大於 1 則分別是點內密外疏、內疏外密分布所造成的結果。現令 $n(\alpha)d\alpha$ 代表局部密度比例指數介於 $\alpha$ 與 $\alpha+d\alpha$ 之間的覆蓋區間數目，若原先之點集合確呈多重碎形分布，則 $n(\alpha)$ 與覆蓋區間大小 $r$ 之間呈 power-law 之關係：

$$n(\alpha) \sim r^{-f(\alpha)} \tag{11}$$

上式中之指數 $f(\alpha)$ 可視為局部質點密度比例指數值為 $\alpha$ 之點所成集合的碎形維度。$f(\alpha)$ 對 $\alpha$ 的關係圖則稱之為多重碎形維數分布頻譜。

在文獻[7-8]中，作者推導出 $f(\alpha)$ 、$\alpha$ 與廣義維數 $D_q$ 和 $q$ 之間存在一 Legendre 轉換關係：

$$\alpha = \frac{d}{dq}\left[(q-1)D_q\right] \tag{12}$$

$$f(\alpha) = q\frac{d}{dq}[(q-1)D_q] - (q-1)D_q \tag{13}$$

一般的做法是先計算出廣義維數 $D_q$ 後，再利用轉換式(12)和(13)求出 $f(\alpha)$ 對 $\alpha$ 的關係式。

## 4. 結果與討論

(1)由 power spectrum 分析結果所得之 $\beta$ 值理論上如越大代表越複雜，而在本實驗中所求得之 $\beta$ 值均相當大，代表老鼠走迷宮之行為為一相當複雜之問題，而假如有週期性與累週期性的資料將會出現一些明顯突起的高峰，在本實驗之分析圖中並無明顯之現象，因此老鼠走迷宮之行為有可能是隨機或混沌現象，另外因實驗時外在因素所引起

之誤差均有可能影響到$\beta$值之大小。

(2)理論上經由 Hurst exponent 分析之曲線的斜率大於 0.5 則代表資料具有持久特性(persistence)，即過去的狀況將持續至未來；假如小於 0.5 則代表反持久性(antipersistence)，即未來的狀況將會和過去不同，而本實驗結果所得之 H 值有大於 0.5，也有小於 0.5(見表一)，代表著老鼠走迷宮之行為充滿著不可預測性。

(3)理論上如果時間序列可以用分數布朗運動去模擬，則 power spectrum 分析結果所得之$\beta$值與 Hurst 指數彼此之間將會滿足$\beta$=2H+1 的關係式，而本實驗所得之資料明顯不滿足上述關係式(見表一)，由此判斷本實驗方法所得之資料不適合用分數布朗運動的方式去分析。

(4)由實驗之原始資料作 power spectrum 分析時，$\beta$值都不大，代表著未來的行為跟過去的行為相關性不大；而由 Random Walk 之資料來作分析時因為將原始資料加以特別處理以 32 為基點向左轉減一向右轉加一，所得之 Random walk 資料自然有一定之模式關係，因此所得之關係圖自然呈現出高度相關之趨勢。

(5)理論上由 multifractals 分析所得之結果如分析圖中之開口越大代表越複雜，本實驗之分析中，圖中之分佈情形相當複雜，很難以一般常理來判斷，或許有其特別之物理意義，尚待研究，或許資料取樣數目不足也有可能影響到圖形之分佈。

(6)由於資料取樣數目不足，及實驗過程中所產生的誤差，在現有資料之分析，並無法判斷老鼠走迷宮有混沌行為，其行為傾向隨機運動。

以下的原因可能會對實驗結果有所影響，茲歸納如下：

(1)在實驗中老鼠走過之處，理論上應該馬上去除氣味，以避免老鼠會循著自己的氣味選擇方向而使實驗數據產生誤差。

(2)老鼠的學習能力也會影響實驗結果，假使學習能力強的老鼠將使得其每個選擇會具有相關性。

(3)有時因為實驗過程中無法做到絕對的安靜，也有可能會影響到老鼠左右轉的決定。

## 5. 結論

本研究中將用迷宮法觀察老鼠行走行為，根據老鼠之左、右轉順序，將此順序改寫成一個以 1 及-1 組成的時間序列，以此數列為基礎進行一系列分析，檢測是否具有與碎形相同的長程關聯性，藉此了解老鼠左轉或右轉時是否會受之前記憶的影響。實驗結果表明，老鼠之迷宮行走之行為應傾向隨機運動。另外，如果將實驗原始序列看成 1 與-1 的分布，由對-1 的分布進行多重碎形分析法分析的結果看出，其分布情形甚為複雜，具有多重碎形結構。

由本實驗的結果看來老鼠於迷宮中之行走行為可能受到眾多不同的因素所影響，因此未來可以進一依步嘗試利用所得到時間序列之原始資料及 Random walk 資料均作相空間重建分析 (State Space Reconstruction)，以重建出原來的非線性系統。理論上，以原始資料所作之相空間重建較能充分顯現出系統原特性，而以 Random walk 資料作相空間重建只是作為比較及參考。

## 6. 誌謝

感謝台大機械學生吳佑焉、劉嘉凡及張兆瑜協助本研究實驗之進行，並感謝文化大學動物科學系王淑音老師對本文提供寶貴之建議

## 7. 參考文獻

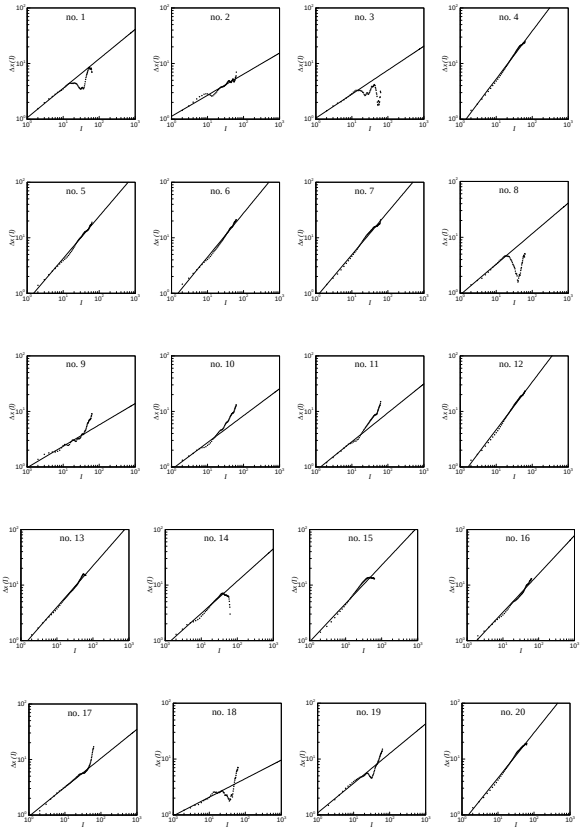
1. Mandelbrot, B. B. “Fractals: Form, Chance, and Dimension”, San Francisco: Freeman, 1977
2. Mandelbrot, B. B. “The Fractal Geometry of Nature”, New York: Freeman, 1983
3. Sprott, J. C., “Chaos Data Analyzer Manual”, Physics Academy Software, 1995
4. Hurst H E., “The Long-Term Dependence in Stock Returns,” Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 116, pp. 770- 799, 1951.
5. Mandelbrot, B. B. and Van Ness J. W. “Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications.” SIAM Review Vol. 10, No. 4, pp. 422-437, 1968
6. Halsey, T. C., Jensen, M. H., Kadanoff, L. P., Procaccia, I. and Shraiman, B. I., “Fractal Measures and Their Singularities: The Characterization of Strange Sets”, Phys. Rev. A, Vol.33, No.2, pp.1141-1151, 1986.
7. Grassberger, P., “Generalized Dimensions of Strange Attractors”, Phys. Lett. A, Vol. 97, pp.227-230, 1983.
8. Hentschel, H. and Procaccia, I., “The Infinite Number of Generalized Dimensions of Fractals and Strange Attractors”, Physica D, Vol. 8, pp.435-444, 1983.

## 8. 圖表彙整

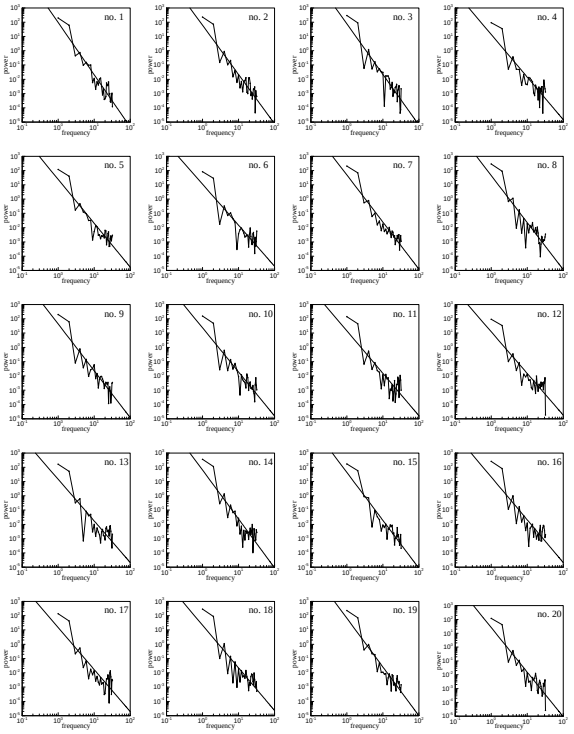
圖一、迷宮之實體圖

圖二、老鼠在迷宮中之行走情形

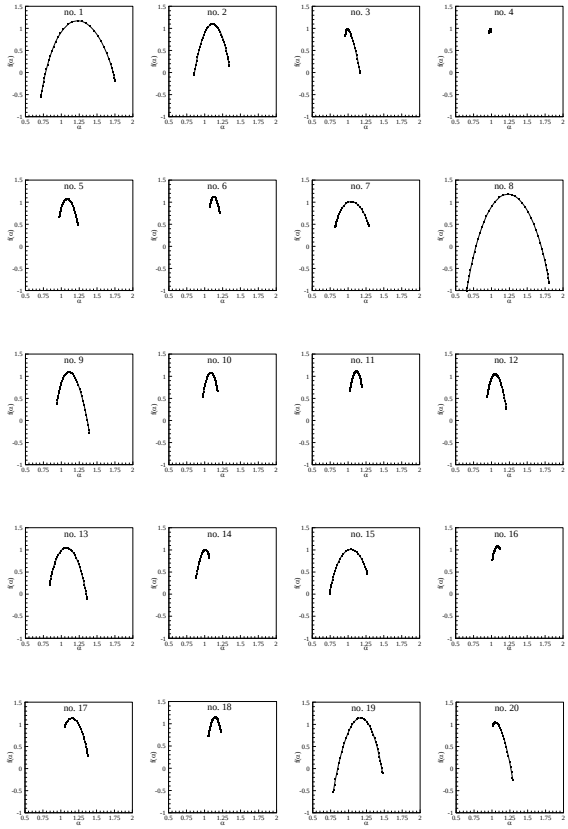
圖三、實驗之原始資料




圖四、老鼠迷宮行走行為序列之 Hurst 指數分析結果




圖五、老鼠迷宮行走行為序列之能量頻譜




圖六、老鼠迷宮行走行為序列之多重碎形頻譜

表一、Hurst 指數 H 及能量頻譜指數$\beta$之整理表

| | no. 1 | no. 2 | no. 3 | no. 4 | no. 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta$ | -3.66 | -3.23 | -3.55 | -2.99 | -3.08 |
| H | 0.53 | 0.38 | 0.43 | 0.86 | 0.76 |
| | no. 6 | no. 7 | no. 8 | no. 9 | no. 10 |
| $\beta$ | -2.88 | -3.3 | -3.30 | -3.28 | -3.09 |
| H | 0.79 | 0.77 | 0.55 | 0.39 | 0.49 |
| | no. 11 | no. 12 | no. 13 | no. 14 | no. 15 |
| $\beta$ | -2.97 | -2.92 | -2.92 | -3.43 | -3.36 |
| H | 0.52 | 0.86 | 0.74 | 0.58 | 0.69 |
| | no. 16 | no. 17 | no. 18 | no. 19 | no. 20 |
| $\beta$ | -3.00 | -2.94 | -2.99 | -3.42 | -3.23 |
| H | 0.69 | 0.52 | 0.33 | 0.53 | 0.81 |

# Fractal Analysis of the Walking Sequences of Maze Test in Rats

Su Zhi-Yuan [1] Wang Chuan-Chen[2] Wu Tzuyin [2] and Wang Shu-Yin[3]

[1] Department of Management Information Science, Chia Nan University of Pharmacy & Science.

[2] Department of Mechanical Engineering, National Taiwan University.

[3] Department of Animal Science, Chinese Culture University.

## Abstract

Behavioral tests have significant value in research of higher functions of brain, especially in neuro-physiology and neuropharmacology. The purpose that behavior experiment lies in under particular laboratory term, observe behavior and its varieties of the animal, and then study the brain function, mental process, medicine function...etc. of experimenting the animal, and brain of an among those of the activity is learning memory activity.

The general method of learning memory experiment can be divided into step down test, step through test, shuttle box and maze method. This study will use the maze method. We observe the rat to run in the maze, record the order of the rat turn right and turn left and rewrite this sequence with 1 and-1 . Then we carry on a time series analysis with it and study the behavior of the rat.

From a geometric point of view, the sequence of 1 and -1 can be viewed as a distribution of a set of points along a line. It may not be characterized by a single scaling ratio; different parts of a system may be scaling differently. That is, the clustering pattern is not uniform. Such a system is better characterized as a multifractal. This study will show the results of mulifractal analysis, too.

This research will experiment 20 times. Every experiment the number of times of the rat need to turn is 64.

**Keywords:** fractal, maze, behavioral tests